CALCUL LITTERAL

I. EXPRESSION NUMERIQUE, EXPRESSION LITTERALE.

a. Expression numérique : (ne contient que des nombres)

« $-2 \times 5 + (5 - 8)$ » est une **expression numérique**.

On peut la **calculer** : $-2 \times 5 + (5 - 8) = -10 + (-3) = -10 - 3 = -13$.

b. Expression littérale : (contient des nombres et des lettres représentant des variables)

« $3x + (4x - 2) - (x + 1)$ » est une **expression littérale**.

La lettre « x » représente un nombre quelconque : c'est une **variable** (parfois aussi appelée **inconnue**).

Exemple :

Le prix d'un centre aéré est de 12 € à l'inscription et 2 € pour chaque journée.

Le prix du séjour **dépend** du nombre x de journées : il est donné par l'expression $2 \times x + 12$

II. SIMPLIFICATION D'ECRITURE

Pour simplifier les écritures, on peut parfois ne pas écrire le signe $\times$:

- entre un chiffre et une lettre → « $3 \times a$ » peut s'écrire « 3a »
- entre deux lettres différentes → « $b \times c$ » peut s'écrire « bc »
- devant une parenthèse → $4 \times (a + 3)$ $4 \times (a + 3)$ peut s'écrire » "4 facteur de a + 3"

Attention :

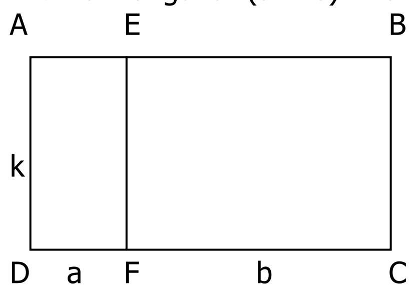
- ➔ « $a \times 3$ » peut s'écrire « 3a » (mais pas « a3 »)
- ➔ $4 \times (a + 3)$ $4 \times (a + 3)$ peut s'écrire (mais pas « (a + 3)4 »)
- ➔ « 3×7 » ne s'écrit surtout pas 37 !! En effet $3 \times 7 = 21$ et non pas 37 !
- ➔ a x a peut se noter a^2 (et non aa)

Exemples : $a \times a \times a \times b \times b = a^3b^2$ $\quad 3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $\quad 5 \times a \times a = 5a^2$

III. DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION PAR RAPPORT A L'ADDITION ET A LA SOUSTRACTION.

ACTIVITE :

Soit le rectangle ABCD de longueur (a + b) et de largeur k. On place les points E et F.



L'aire du rectangle ABCD est : $k\times (a + b)$

L'aire du rectangle AEFD est : $k\times a$

L'aire du rectangle EBCF est : $k\times b$

L'aire du rectangle ABCD est égale à celle des rectangles AEFD et EBCF, donc :

$$k \times (a + b) = (k \times a) + (k \times b)$$

a. Développement d'une expression littérale :

Propriété : Quelles que soient les valeurs de k, a et b, on a l'identité :

$$\mathbf{k\times(a + b) = k\times a + k\times b} \quad \text{et} \quad \mathbf{k\times (a - b) = k\times a - k\times b}$$

Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme.

b. Factorisation d'une expression littérale :

Propriété : Quelles que soient les valeurs de k, a et b, on a l'identité :

$$\mathbf{k\times a + k\times b = k\times (a + b)} \quad \text{et} \quad \mathbf{k\times a - k\times b = k\times (a - b)}$$

Factoriser une expression, c'est transformer une somme en un produit.

Beaucoup plus simple à retenir :

→ Développer →

$$\mathbf{k(a + b) = ka + kb}$$
$$\mathbf{k(a - b) = ka - kb}$$

← Factoriser ←

Ces égalités sont toujours vraies (ce sont des **identités**), quelle que soit la valeur des nombres a, b et c :

Exemples d'utilisation pour « développer »:

$A = 12 \times 110$
$A = \mathbf{12}\,(10 + 100)$
$A = 12 \times 10 + 12 \times 100$
$A = 120 + 1200$
$A = 1320$

$B = 25 \times 990$
$B = \mathbf{25}\,(1000 - 10)$
$B = 25 \times 1000 - 25 \times 10$
$B = 25\,000 - 250$
$B = 24\,750$

Exemples d'utilisation pour « factoriser »:

$C = \mathbf{137} \times 5{,}62 + \mathbf{137} \times 4{,}38$
$C = 137\,(5{,}62 + 4{,}38)$
$C = 137 \times 10$
$C = 1370$

$D = \mathbf{125} \times 8 - \mathbf{125} \times 7{,}99$
$D = 125\,(8 - 7{,}99)$
$D = 125 \times 0{,}01$
$D = 1{,}25$

On peut ainsi **réduire** une expression littérale, c'est à dire l'écrire sans parenthèses et avec le moins de termes possibles.

Exemple : $A = 3x + (4x - 2) - (x + 1)$

On supprime les parenthèses en faisant bien attention aux signes :

$A = 3x + 4x - 2 - x - 1$

On regroupe les termes « en x » et les « constantes » :

$A = 3x + 4x - x - 2 - 1$

On compte les termes « en x » et les « constantes » :

$A = (3 + 4 - 1)x - 2 - 1$

On calcule :

$A = 6x - 3$

IV. NOTION D'EGALITE

a) Définition :

Une égalité est constituée de deux membres séparés par un signe =.
Les deux membres d'une égalité doivent avoir la même valeur.

Exemples : $3 + 5 = 4 \times 2$ $3x + 2x = 5x$

b) tester si une égalité est vraie :

Les membres peuvent être constitués d'expressions littérales.
Si on remplace les inconnues par n'importe quelle valeur prise au hasard, l'égalité sera presque toujours fausse. Dans certains cas, elle est vraie.

Pour tester si une égalité est vraie pour une valeur proposée :

1) On remplace **la (ou les lettres)** par la (ou les) valeur proposée,
2) on calcule séparément chaque membre de l'équation :
   si les 2 membres ont la même valeur, l'égalité est vraie pour le nombre proposé,
   si les 2 membres n'ont pas la même valeur, l'égalité n'est pas vraie pour le nombre proposé.

Exemple : On considère l'égalité $3\mathbf{t} + 2 = 18 - \mathbf{t}$.
t est l'**INCONNUE**.
$(3t + 2)$ et $(18 - t)$ sont les **MEMBRES** de cette égalité.

- Si on remplace **t** par 5 (au hasard) et qu'on calcule séparément chaque membre de l'équation :
  D'une part : $3\mathbf{t} + 2 = 3 \times \mathbf{5} + 2 = 15 + 2 = \underline{17}$
  D'autre part : $18 - \mathbf{t} = 18 - 5 = \underline{13}$
  Puisque $17 \neq 13$, l'égalité est **fausse** quand **t** vaut 5. Donc, 5 n'est pas une solution de l'équation.

- Si on remplace **t** par 4 (au hasard) et qu'on calcule séparément chaque membre de l'équation :
  D'une part : $3\mathbf{t} + 2 = 3 \times \mathbf{4} + 2 = 12 + 2 = \underline{14}$
  D'autre part : $18 - \mathbf{t} = 18 - 4 = \underline{14}$

Puisque les deux membres sont égaux, l'égalité est **vraie** quand **t** vaut 4. Donc, 4 est une solution de l'équation.